

ПЕДАГОГИКА

УДК 37.02:512

DOI: 10.5281/zenodo.14939655

EDN: TFIQTY

ОБОБЩЕНИЕ И СИСТЕМАТИЗАЦИЯ ЗНАНИЙ КАК ЭВРИСТИЧЕСКИЕ ПРИЕМЫ ФОРМИРОВАНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

© 2025. А. А. Ганжа

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»

В статье предлагается научно обоснованный подход к внедрению современных приемов обучения геометрии для учащихся основной школы, направленный на эффективное усвоение теоретического материала и развитие необходимых навыков. Основное внимание уделяется усвоению эвристических приемов обобщения и систематизации геометрических знаний, которые способствуют укреплению понимания ключевых понятий, фактов и теорий. Это позволяет обучающимся приобретать опыт учебно-познавательной эвристической деятельности.

Ключевые слова: эвристические приемы, обучение геометрии, геометрическое мышление, обобщение и систематизация знаний, учебно-познавательная эвристическая деятельность.

Введение. При анализе приемов и методов развития мышления обучающихся следует подчеркнуть, что одной из ключевых задач современного математического образования является формирование универсальных приемов рассуждений и обучение методам решения разнообразных типов задач. Освоение данных приемов и методов свидетельствует о значительном прогрессе в интеллектуальном развитии школьников, а также о расширении их способности переносить знания в новые, менее знакомые ситуации. Соответственно средства для эффективного интеллектуального развития в процессе обучения должны обеспечивать включение учащихся в осознанную и целенаправленную поисковую познавательную деятельность. Такими средствами, отмечают Е.И. Малахова и Р.Ф. Норова, выступают компоненты интеллектуального развития такие как: формирование основных мыслительных операций и более сложных приемов интеллектуальных действий; развитие способности к самостоятельной аналитико-синтетической деятельности, формирование индивидуального познавательного опыта; формирование качеств творческого мышления [10; 14].

Мы разделяем точку зрения И.А. Аввакумовой о том, что основным образовательным результатом освоения математики обучающимися является сформированные у них:

- способности к логическому рассуждению и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность;
- способности к постижению основ математических моделей реального объекта или процесса, готовности к применению моделирования для построения объектов и процессов, определения и предсказания их свойств [2].

Необходимым условием формирования выделенных способностей является активная мыслительная деятельность обучающихся, которая, по мнению М. С. Красина и А. Н. Куликова, невозможна без развития у них эвристических приемов [7]. Как

известно, большинство геометрических задач имеют различные способы решения, часто они требуют применения нестандартных приемов и методов. Одним из таких методов при обучении математике является эвристический [15].

Психологи сосредоточились на изучении вопросов формирования мыслительных процессов среди учащихся школ: вначале акцент делался на освоении методов логической деятельности, затем - внедрению системных подходов и алгоритмов для разрешения разнотипных задач. Как отмечает Г.В. Новикова: «...Идея «жесткого управления» умственной деятельностью учащихся была заложена, в теории поэтапного формирования умственных действий, разработанной П.Я. Гальпериным и Н.Ф. Талызиной...» [13]. Предполагалось, что ошибочные ходы мысли при решении задач мешают формированию правильного мышления и потому лучше сразу формировать у школьников правильные, рациональные способы мыслительной деятельности [18]. Однако опыты, проведенные математиками и психологами, показали, что такого рода обучение является основой лишь для формирования репродуктивного мышления, но оно недостаточно для развития творческого. Мы согласны с мнением В.А. Далингер, что длительные упражнения в решении задач на основе алгоритмов формируют установку на действие по готовому образцу, сковывают поиск рамками уже известных приемов, создают «барьер прошлого опыта» [6]. Поэтому формирование таких приемов должно сочетаться со специальным обучением приемам, развивающим творческое мышление. К таким приемам отнесены эвристические приемы мыслительной деятельности.

Проанализировав психолого-педагогических исследования, мы пришли к такому мнению, что на данный момент нет общего определения понятия эвристического приема (эвристика). Обычно выделяются следующие их особенности:

- они удовлетворяют принципу редукции (сведения) подцелей;
- эвристики ограничивают перебор;
- в отличие от алгоритмов эвристики способны «увести в сторону»;
- они не обеспечивают достижения гарантированного успеха;
- использование эвристик высокоэффективно;
- эвристические приемы можно рассматривать как теорию поведения человека при решении задач [19].

Например, Е.И. Скафа вводит эвристические приемы как поисковые стратегии и тактики, приемы, которые сформировались в результате решения одних задач и в дальнейшем используются при решении других [20]. Обретение данных методов влечёт серьезное качество изменений в интеллектуальном развитии и значительно повышает гибкость адаптации нарастаемых знаний при переходе в сравнительно неизведанные контексты деятельности.

В теории и методике обучения математике учеными предлагаются различные методики и технологии применения эвристических приемов и методов при организации эвристической деятельности. Так, например, Е.И. Скафа в работе [18] описывает, как на основе современных компьютерных средств обучения геометрии можно эффективно управлять эвристической деятельностью обучающихся.

Вслед за Е.И. Скафой под *эвристическими приемами* мы понимаем *умственные действия, определяющие самое общее направление мысли, составляющие поисковые стратегии и тактики, сформированные в ходе решения одних задач и более или менее сознательно переносящиеся на другие* [18]. К таким приемам относим: анализ, синтез, сравнение, абстрагирование, обобщение, классификацию, систематизацию, установление и использование аналогий и пр.

Особое значение в этой системе общих эвристик играют обобщение и систематизация, формирование которых у обучающихся является одним из основных направлений развития, как эвристического мышления, так и творческого. С другой стороны, обобщенное и систематизированное повторение рассматривается как процесс, имеющий диагностический и развивающий характер. Он объединяет все уроки, являясь обязательным компонентом учебного процесса [6]. Каждый урок математики, включая геометрию, требует от учителя креативного подхода к установлению связей между изучаемыми явлениями, фактами и теориями. В то же время учитель должен способствовать формированию у школьников эвристических приемов и развивать навыки их применения. Следовательно, для оптимизации уроков необходимо целенаправленно проводить многогранный процесс обобщения и систематизации знаний и умений учащихся, а также обучать их методам работы с эвристическими приемами обобщения и систематизации.

Целью статьи является описание содержания эвристических приемов обобщения и систематизации и показ их использования в процессе обучения геометрии в основной школе.

Изложение основного материала. Проведем психолого-педагогический анализ тех умственных действий, которые лежат в основе эвристических приемов обобщения и систематизации, и вычленим их операционный состав.

Обобщение – это эвристический прием (умственное действие) выявления существенного общего свойства, принадлежащего множеству объектов и объединяющего эти объекты воедино. Под существенными понимаются такие общие характеристики, которые не могут быть отделены от конкретного класса объектов.

Исходя из вышеизложенного, можно выделить главную задачу изучения математики – это обучать приемам правильного обобщения. «Необходимым условием формирования правильных обобщений является варьирование несущественных признаков понятия, свойств, фактов при постоянстве существенных» – отмечает О. А. Внуковская [4].

Психологи рассматривают различные виды обобщений. Так, В.А. Лебединцева описывает два основных вида обобщения: «... эмпирическое, происходящее в результате сравнения и теоретическое, формируемое через анализ...» [9]. В основном эмпирические обобщения освещаются как «...переход от «частного к общему» (индуктивные), а теоретические – «от общего к частному» (дедуктивные)» [18], если цитировать Е.И. Скафу. При эмпирическом обобщении сначала происходит сравнение объектов, а затем их постепенное обобщение, при этом учащиеся, как правило, усваивают родовидовые отношения, различные классификации предметов. В теоретическом – осуществляется анализ данных о каком-либо предмете или явлении с целью выделения наиболее важных внутренних связей с дальнейшим определением данного предмета или явления как целостной системы [11]. Схема эмпирического обобщения состоит в следующем: сравнение предметов, отбор общих существенных свойств и отвлечение от несущественных (абстрагирование), перечень существенных свойств (обобщение) [18]. «В учебном процессе, – отмечает Н.Д. Воронцова, – это самый распространенный вид обобщения» [5].

Эвристическое правило-ориентир эмпирического обобщения можно выразить следующим операционным составом:

- определить цель обобщения;
- найти различные свойства обобщаемых объектов;
- указать общие существенные свойства обобщаемых объектов в соответствии с поставленной целью;

– сформулировать вывод.

На практике обучающиеся не могут обосновать, что именно является существенно общим. В результате этого, внедрение указанных методик требует тесной связи с целенаправленным обучением особых техник, направленных на стимулирование и укрепление креативного подхода к решению задач. Метод перехода от общего к частному используется в процессе обобщения для решения задачи идентификации отдельных объектов.

Эвристическое правило-ориентир дедуктивного обобщения можно представить в виде таких операций:

- определить цель обобщения;
- вспомнить и сформулировать общее существенное свойство (дать определение понятия);
- сопоставить предметы по этому свойству (проверить наличие свойства в каждом предмете);
- объединить те предметы, у которых имеется данное существенное общее свойство;
- сформулировать вывод (обобщение).

В психологии и педагогике достаточно глубоко разработана теория формирования обобщений, соответствующих эвристическому уровню мышления [1; 3; 5; 6; 16; 20; 22 и др.]. Она основана на положении о том, что всякое, в том числе и математическое обобщение, опирается на сопоставлении частных случаев и постепенное выделение существенного общего, причем должна быть обеспечена широкая вариация несущественных свойств, при постоянстве существенных. Необходимыми условиями для процесса такого обобщения являются достаточное количество типичных конкретных фактов, например, однотипные задания с небольшими изменениями несущественных характеристик, в результате чего одни учащиеся осознают какие-то существенные связи, схемы решений, другие просто запоминают последовательность действий. Этот пошаговый путь обобщения доступен большинству учащихся.

Пример. Примером обобщения в геометрии может служить множество плоских геометрических фигур: треугольник, квадрат, трапеция, параллелограмм, гексагон, дельтоид и др., которые представляют собой многоугольники.

Таким образом, обобщение выступает как переход от данного множества предметов к рассмотрению более «емкого» множества, содержащего данное.

Обобщение, отмечает В.А. Лебединцева, создает условия для систематизации, которая характеризуется как умственное действие разделения предметов и явлений по группам и подгруппам, по какому-то основанию, свойству, признаку [9]. Функцией систематизации является система распределения предметов по классам на основании их сходства в середине класса и отличия их от предметов других классов [10].

Систематизация – это умственное действие, в процессе которого изучаемые объекты упорядочиваются в определенную систему на основе избранного принципа.

Анализ педагогической практики и специальные исследования показывают, что функции обобщения и систематизации знаний не сводятся к обычному воспроизведению изученного материала, а несут в себе умение упорядочить изученный материал [17].

С каждым годом обучения учащиеся получают все больший объем информации, который нужно осмыслить, переработать, научиться применять на практике, и к тому же за меньшее, чем прежде, время [3]. Осуществление систематизации математических знаний подразумевает под собой способности коллективного выделения

преподавателем и обучающимися элементов этих знаний и их функций в процессе методичного изучения учебного материала. После этого, в ходе освоения нового содержания, находящегося в том же разделе учебного раздела или в других с аналогичным предназначением, осуществляется их сравнение и анализ. Такому анализу, высказывается В.А. Смирнов, подвергаются схожим по функциям элементы знания, представлены как в разных частях этого учебного курса, так и в сопутствующих учебных предметах [21]. При этом обнаруживается, что общность функций влечет за собой общность структуры знания и обеспечивает его непрерывную систематизацию.

Пример. При изучении темы «Нахождение площади треугольника» в начале реализации теоретического блока изложения нужно предложить учащимся восьмого класса следующую таблицу с пропусками (табл. 1).

В процессе изучения теоретического материала школьники самостоятельно заполняют ячейки таблицы, затем в блоке применения дополняют ее содержательными примерами. В итоге они получают опорную таблицу по всем основным формулам изученной темы.

Систематизация в процессе обучения способствует более глубокому усвоению понятий и позволяет самостоятельно формулировать умозаключения относительно их свойств.

Остановимся на некоторых приемах систематизации при обучении геометрии основной школы.

Таблица 1

Методы нахождения площади треугольника

Методы нахождения площади треугольников		
Чертеж	Элементы	Формула площади
Через основание и высоту 		
Формула Герона	a, b, c – стороны p – полупериметр	
Через радиус вписанной окружности		$p = \text{_____}$ $S = \text{_____}$
Площадь прямоугольного треугольника		
Площадь равностороннего треугольника		

Пример. Обучение эвристическому приему систематизации при введении понятия «Ромб». Знания, полученные на занятиях ранее, позволили учащимся коллективно установить, что ромб – это частный случай параллелограмма,

сформулировать его свойства и признаки, по которым можно определить, является ли четырёхугольник или параллелограмм ромбом.

Использование исследовательского метода на уроках геометрии способствует обучению учащихся эвристическим приемам обобщения и систематизации. Одним из эффективных приемов является кейс-технология. Это метод активного проблемно-ситуационного анализа, основанный на обучении путем решения конкретных задач-ситуаций (кейсов) [2]. Главное его предназначение – развивать способность находить решение проблемы и учиться работать с информацией [20].

Ряд авторов В.А. Смирнов, И.М. Смирнова [21], В.И. Нефедова [12], С.В. Ланина, [8] показывают, что применение кейсов способствует развитию критического мышления и аналитических способностей. Каждый кейс содержит множество информации, требует анализа и обоснованного выбора решений, что в конечном итоге усиливает мотивацию.

Пример. Обучение эвристическому приему систематизации при изучении темы «Треугольники. Решение задач» в 8 классе на основе кейс-технологии.

Цель урока: *подремонтировать ученикам различные подходы к решению одной и той же задачи, активизировать интерес к поиску своего способа решения задачи, обеспечить возможность самостоятельно ориентироваться в вариантах выбора, систематизировать методы нахождения неизвестной стороны треугольника.*

Восьмиклассники еще не знакомы с понятием тригонометрическая функция и перед ними ставится цель – решить задачу: *в произвольном треугольнике ABC биссектриса BE перпендикулярна медиане AD, причем $BE = AD = 4$. Найдите стороны треугольника ABC.*

Учащиеся разбиты на 4 группы. У каждой группы на столе лежит кейс-задание, которое они решают. Выбранный командир каждой группы в конце урока готовит выступление, где будет показывать свой метод решения задачи. В это время оставшиеся ученики в своих тетрадях записывают каждый метод решения.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПЕРВОЙ ГРУППЫ: *решить задачу аналитическим способом.* Проанализировать выполненную работу, отметить сложности, с которыми столкнулись при решении данным способом, и выделить положительные моменты.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ВТОРОЙ ГРУППЫ: *решить задачу с помощью площадей.* Проанализировать выполненную работу, отметить сложности, с которыми столкнулись при решении данным способом, и выделить положительные моменты.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ТРЕТЬЕЙ ГРУППЫ: *решить задачу с помощью осевой симметрии.* Проанализировать выполненную работу, отметить сложности, с которыми столкнулись при решении данным способом, и выделить положительные моменты.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ЧЕТВЕРТОЙ ГРУППЫ: *решить задачу, используя теорему о средней линии треугольника.* Проанализировать выполненную работу, отметить сложности, с которыми столкнулись при решении данным способом, и выделить положительные моменты.

После знакомства с каждым методом решения задания обучающиеся составляют операционный состав приема систематизации знаний при нахождении неизвестной стороны треугольника.

Выводы. Таким образом, рассматривая приемы обобщения и систематизации как эвристические, при правильной организации учебного процесса по геометрии учитель не только имеет возможность помочь учащимся овладеть этими приемами, но и развивать геометрическое мышление школьников.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Popova, T.S. Features of studying mathematics in-depth in basic schools / T.S. Popova E.I. Sanina, M.V. Taranova // Sgem international multidisciplinary scientific conference on social sciences and arts. – Albena Co., Bulgaria, 2018. – P. 317–323.
2. Аввакумова, И.А. Развитие мыслительных операций обучаемых посредством использования кейс-заданий в курсе математики / И.А. Аввакумова, Н.В. Дударева // Педагогическое образование в России. – 2018. – №8. – С. 6–11.
3. Бочарова, О.Е. Методика обобщения и систематизации знаний на уроках математики в основной школе / О.Е. Бочарова, А.Д. Нечепоренко // Перспективные педагогические разработки : Сборник статей II Международного профессионально-методического конкурса (30 августа 2021 г.) – Петрозаводск : МЦНП «Новая наука», 2021. – С.80–85.
4. Внуковская, О.А. Формирование действия обобщения в процессе обучения математике / О.А. Внуковская // Символ науки. – 2016. – №11. – С. 104–106.
5. Воронцова Н.Д. Описание дидактической основы, приемов и средств для формирования обобщения и систематизации понятий учащихся / Н.Д. Воронцова // Вестник Томского государственного педагогического университета. – 2015. – № 7. – С. 28–33.
6. Далингер, В.А. Методика обучения математике. Поисково-исследовательская деятельность учащихся: учебник и практикум для вузов / В.А. Далингер. – 2-е изд., испр. и доп.– Москва : Издательство Юрайт, 2019. – 460 с.
7. Красин, М. С. Обучение эвристико-алгоритмическим приемам как способ подготовки школьников к решению сложных задач по физике / М. С. Красин, А. Н. Куликов // Физико-математическое и естественнонаучное образование: наука и школа: материалы Всероссийской научно-практической конференции преподавателей высшей и средней школы. – Йошкар-Ола, 2021. – С. 184–190.
8. Ланина, С.В. Использование кейс-заданий на уроках математики / С.В. Ланина // Ученые записки университета им. П. Ф. Лесгафта. – 2022. – №11 (213). – С. 302–304.
9. Лебединцева, В.А. Систематизация и обобщение как дидактическая задача в обучении студентов в курсе математики для бакалавров дошкольного и начального образования / В. А. Лебединцева // Проблемы современного педагогического образования. – 2019. – №62. – С. 120–124.
10. Малахова, Е. И. Методика формирования основных приемов мышления в процессе обучения математике / Е. И. Малахова // Известия ПГПУ им. В. Г. Белинского. – 2011. – № 26. – С. 474–480.
11. Монатова, А.А. Метод обобщения как один из способов изучения геометрии / А.А. Монатова // European Scientific Conference: сборник статей XVIII Международной научно-практической конференции. В 2 ч. – Пенза: МЦНС «Наука и Просвещение». – 2020. – 246 с.
12. Нефедова, В.И. Использование кейс-технологий на уроках математики / В.И. Нефедова // Интерактивная наука : Ежемесячный международный научный журнал. – 2022. – № 7(72). – С. 67–68.
13. Новикова, Г.В. Деятельностная теория учения Н.Ф. Талызиной в подготовке современного педагога / Г.В. Новикова // Вестник Московского университета. Серия 20. Педагогическое образование. – 2023. – Т. 21, № 4. – С. 43–59.
14. Норова, Р.Ф. Операции мышления и решение мыслительных задач / Р.Ф. Норова // Достижения науки и образования. – 2017. – №5. – С. 72–73.
15. Платонова, И.А. Эвристические методы и приемы обучения решению задач стереометрии / И.А. Платонова // Эвристика и дидактика математики : Материалы X Международной научно-методической дистанционной конференции-конкурса молодых ученых, аспирантов и студентов. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2021. – С. 51–53.
16. Попова, Т.С. Методика углубленного обучения математике на основе преимущества самостоятельной деятельности обучающихся основной школы в процессе обобщения знаний: специальность 5.8.2. Теория и методика обучения и воспитания (математика, математика и механика (основное общее образование)) (педагогические науки) : дис. ... канд. пед. наук / Попова Татьяна Спартаковна ; Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского. – Елец, 2024 – 213 с.
17. Попова, Т.С. Обобщение знаний по математике как фактор развития самостоятельной познавательной деятельности обучающихся в основной школе / Т.С. Попова // Мир науки, культуры, образования. – 2022. – №1 (92). – С. 191–194.
18. Скафа, Е.И. Методика обучения математике: эвристический подход. Общая методика : учебное пособие / Е.И. Скафа. – Издание второе. – Москва : ООО «Директ-Медиа», 2022. – 441 с.
19. Скафа, Е.И. Подготовка будущего учителя математики: от овладения эвристическими приемами к организации проектно-эвристической деятельности / Е.И. Скафа // Эвристическое обучение

- математике : Труды VI Международной научно-методической конференции (Донецк, 21–23 декабря 2023 г.); под общей редакцией проф. С.В. Беспаловой, проф. А.А. Русакова, проф. Е.И. Скафы. – Донецк : Изд-во ДонГУ, 2023. – С.75–82.
20. Скафа, Е.И. Обобщение и систематизация знаний как эвристические приемы мыслительной деятельности обучающихся / Е.И. Скафа, А.С. Лимарева // Научная сокровищница образования Донетчины : научно-методич. журнал. – 2020. – № 2. – С. 40–44.
21. Смирнов, В.А. Геометрические задачи на развитие критического мышления / В.А. Смирнов, И.М. Смирнова. – Москва : МЦНМО, 2021. – 96 с.
22. Трунина, А.А. Методико-концептуальные аспекты формирования основных приемов мышления в процессе обучения математике / А.А. Трунина, А.С. Гончаров // Вопросы педагогики. – 2021. – № 9-2. – С. 156–159.

Поступила в редакцию 09.01.2025 г.

GENERALIZATION AND SYSTEMATIZATION OF KNOWLEDGE AS HEURISTIC TECHNIQUES FOR THE FORMATION OF GEOMETRIC THINKING OF STUDENTS

A. A. Ganzha

The article proposes a scientifically based approach to the introduction of modern methods of teaching geometry to primary school students, aimed at effective assimilation of theoretical material and the development of necessary skills. The main focus is on the assimilation of heuristic techniques for generalizing and systematizing geometric knowledge, which contribute to strengthening the understanding of key concepts, facts and theories. This allows students to develop the experience of educational and cognitive heuristic activities.

Key words: heuristic techniques, geometry teaching, generalization and systematization of knowledge.

Ганжа Александра Александровна
аспирант
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный
университет», Донецк, ДНР, РФ.
E-mail: alexa.ganja@yandex.ru

Ganzha Alexandra Alexandrovna
graduate student,
FSBEI HE «Donetsk State University»,
Donetsk, DPR, RF.
E-mail: alexa.ganja@yandex.ru